

RECHENREISE (ANALOG)

Hintergrundgeschichte

Trimmy und seine Freundin Li-Ming sind als Zuschauer bei den Olympischen Spielen in Peking live dabei und wollen bei allen Wettkämpfen mitfiebern. Sie sind bereits ein paar Tage dort und haben sich über alle Bauten und Sportstätten reichlich informiert. Sie haben schon Einiges erlebt: Faire Wettkämpfe mit Topathleten, herausragende Leistungen sowie enormen Teamgeist.

Doch als sie am nächsten Tag aufwachen und die Athleten bei den anstehenden Wettkämpfen anfeuern wollen, können sie ihre Eintrittskarten für die Sportstätten nicht mehr finden. Bisher mussten sie die Tickets nur bei der Eröffnungsfeier vorzeigen, aber demnächst sollten die Tickets erneut kontrolliert werden und wenn sie sie bis dahin nicht gefunden haben, dürfen sie die Sportstätten nicht mehr betreten, was für sie das Aus der Olympischen Spiele in Peking bedeuten würde.

Sie wissen im ersten Moment nicht recht, was sie tun sollen. Doch was bleibt ihnen anderes übrig, als an allen Orten zu suchen, an denen sie bereits gewesen sind?

Hilf Trimmy und Li-Ming dabei ihre Tickets möglichst schnell wiederzufinden, damit sie die Sportler bald wieder bei ihren Wettbewerben unterstützen können!



Geschichte

Die beiden starten ihre Suche beim Nationalstadion in Peking. Dort, wo die Eröffnungsfeier stattgefunden hat und sie ihre Tickets zum letzten Mal in der Hand gehabt haben.



© Beijing 2022

Nationalstadion

Hintergrundinfos zum Nationalstadion

Das Nationalstadion schaut von außen aus wie ein Vogelnest. Die äußere Hülle bildet ein 42.000 Tonnen schweres, verschlungenes Stahlgerüst, das aus tausenden vorgefertigten Einzelteilen entstanden ist. In der Mitte weist das Stadion ein ca. 185 x 122 Meter großes Oval auf und insgesamt haben 80.000 Zuschauer darin Platz.

Trimmy und Li-Ming können sich noch genau an die feierliche Eröffnung der Olympischen Spiele erinnern. Im Zentrum standen die Olympischen Ringe in den Farben Rot, Gelb, Grün, Blau und Schwarz.



Aufgabe 1

Als Li-Ming erneut vor den Ringen steht, fragt sie sich, wie viele Möglichkeiten es wohl gibt, die Ringe in diesen Farben zu färben, wenn

- jede dieser Farben genau einmal vorkommen muss,
- jede dieser Farben genau einmal vorkommen muss und dabei der linke Ring blau sein muss,
- man die Ringe beliebig mit diesen Farben färben darf.



Wenn das Stadion so leer ist wie jetzt, wird auch dessen Größe erst so richtig deutlich. Trimmy und Li-Ming würden ziemlich lange brauchen, um alle Zuschauerränge nach ihren Tickets abzusuchen. Deshalb wollen sie sich eine Strategie überlegen. Jeder sucht dabei immer nur in einer Hälfte des Stadions.



Aufgabe 2

Strategie 1: Beide suchen immer den 1.000sten und 1.600sten Platz ab

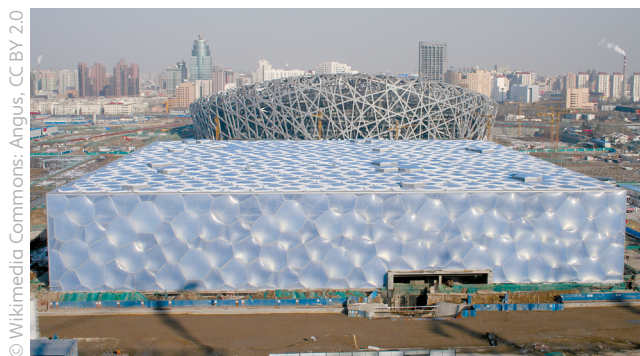
Strategie 2: Jeder sucht immer jeden 500sten Platz ab

Strategie 3: Li-Ming sucht jeden 1.600sten Platz ab und Trimmy sucht jeden 500sten Platz ab

Bei welcher Strategie erwischen sie aber dennoch die meisten Plätze?



Am Ende der Suche stellen sie leider fest, dass die Tickets an einem anderen Ort verloren gegangen sein mussten. Deshalb wollen sie es als nächstes beim Wasserwürfel versuchen, denn der liegt genau dem Nationalstadion gegenüber.



© Wikimedia Commons: Angus, CC BY 2.0

Wasserwürfel

Hintergrundinfos zum Wasserwürfel

Es heißt, dass der Wasserwürfel zusammen mit dem Nationalstadion Sonne und Mond abbildet, denn in der chinesischen Mythologie wird die Sonne durch einen Kreis (Nationalstadion) und der Mond durch ein Quadrat (Wasserwürfel) dargestellt. Wenn die Nacht hereinbricht, färbt sich das Stadion rot und der Wasserwürfel blau.

Der quadratische Grundriss des Wasserwürfels hat außerdem eine Länge von 178 Metern und seine Höhe beträgt 31 Meter. Seine Außenverkleidung – ohne der Grundseite – besteht aus 4.000 wabenartigen Kunststoffblasen.



Aufgabe 3

- Trimmy findet, dass der Name „Wasserwürfel“ irgendwie gar nicht richtig passt, und will wissen, wie man einen solchen Körper eigentlich nennt.
- Und weil ihn die aus Blasen bestehende Fassade so sehr fasziniert, will er unbedingt wissen, welchen Flächeninhalt eine der 4.000 Kunststoffblasen durchschnittlich hat.

Tipp 1: Berechne erst die gesamte Oberfläche, die mit Blasen bedeckt ist.
Tipp 2: Das Schwimmzentrum hat die Form eines Quaders. Wie viele Seiten des Quaders sind mit Kunststoffblasen bedeckt? Welche Form hat jede Seite?

Nachdem die Wissbegier von Trimmy befriedigt werden konnte, suchen sie das komplette Gebäude nach ihren verschollenen Tickets ab und können sie wieder nirgendwo finden.

Es hilft alles nichts... sie müssen weitersuchen, und zwar beim Nordischen Ski- und Biathlonzentrum Kuyangshu in Zhangjiakou, denn dort haben sie ebenfalls schon die Athleten bei den Biathlonwettbewerben und beim Skispringen angefeuert.



© Beijing 2022

Hochgeschwindigkeitszug

Hintergrundinfos zum Hochgeschwindigkeitszug

Um von Peking aus mit dem Auto dort hinzugelangen würde es über drei Stunden dauern, wenn es nicht den „Bullet Train“ gäbe, der Peking nun mit Zhangjiakou verbindet und die Fahrzeit auf 47 Minuten verkürzt.

Die Bahnstrecke ist 174 Kilometer lang und der Zug erreicht eine Höchstgeschwindigkeit von 350 Stundenkilometern, was den „Bullet Train“ zum schnellsten autonomen Zug der Welt macht.

Die enorme Geschwindigkeit spielt Trimmy und Li-Ming in die Karten, denn so schaffen sie es sogar am selben Tag hin und zurück und verlieren nicht allzu viel Zeit.



Aufgabe 4

Trimmy und Li-Ming wollen allerdings genau wissen, welchen Zug sie nehmen müssen, damit sie um 12:10 Uhr beim Nordischen Ski- und Biathlonzentrum ankommen. Dazu müssen aber neben der 47-minütigen Fahrzeit auch die Wartezeiten an den jeweiligen Haltestellen berücksichtigt werden.

Insgesamt liegen zehn Stopps auf der Strecke von Peking nach Zhangjiakou (Peking und Zhangjiakou mitgezählt). Bei jedem Halt vergehen fünf Minuten, bis der Zug weiterfahren kann. Welchen Zug sollen sie also „spätestens“ erreichen?

1. Zug: Abfahrt um 10:43 Uhr
2. Zug: Abfahrt um 10:23 Uhr
3. Zug: Abfahrt um 10:50 Uhr

Tip 1: Berechne als erstes die gesamte Zeit, die die beiden mit dem Zug unterwegs sein werden.
Tip 2: Überlege dir, bei wie vielen Haltestellen sie im Zug sitzen und abwarten müssen.

Nun sind sie also rechtzeitig beim Ski- und Biathlonzentrum Kuyangshu angekommen und können dort ihre Suche fortsetzen.



© Beijing 2022

Snow Ruyi National Ski Jumping Centre

Hintergrundinfos zum Snow Ruyi National Ski Jumping Centre

Während Trimmy und Li-Ming im Schanzenauslauf stehen, ist es, als hielten sie einen chinesischen Talisman direkt in ihren Händen. Denn die Architektur der Anlage war nämlich an das Ruyi-Zepter (chinesischer Glücksbringer) angelehnt, das Glück und Segen bringen soll.

Die Anlage selbst besteht aus zwei Schanzen, von denen die Normalschanze eine Gesamthöhe von 115 Metern hat und die Großschanze sogar eine Höhe von 136 Metern besitzt.



Aufgabe 5

Als Trimmy die beiden Schanzen so im Vergleich sieht, fragt er sich, um wie viel Prozent die Großschanze größer ist als die Normalschanze.

Jetzt weiß Trimmy zwar, um wie viel Prozent die Großschanze größer ist als die Normalschanze, die Suche bleibt jedoch weiter erfolglos und die beiden hoffen nun auf den Fund beim Biathlonzentrum.



© Beijing 2022

Biathlonzentrum

Dort können sie zwei Biathleten beim Schießen beobachten. Wahrscheinlich bereiten die sich gerade auf den morgigen Staffellauf vor. Der erste Schütze hat zwölf Schüsse abgefeuert und davon sieben getroffen. Der zweite Schütze hat hingegen nur fünfmal geschossen und davon dreimal sein Ziel erreicht. Li-Ming möchte nicht in der Rolle des Trainers stecken, der entscheiden muss, wer von den beiden bei der Staffel antreten soll.



Aufgabe 6

Aber angenommen sie müsste eine Entscheidung treffen und weiß, dass die beiden Läufer gleich starke Laufleistungen haben, welcher Athlet sollte dann am besten ins Staffelteam aufgenommen werden?

Trotz der langen Suche sind die Tickets unauffindbar und Trimmy und Li-Ming fahren nun frustriert wieder zurück nach Peking.

Auf der Rückfahrt fällt ihnen allerdings noch ein, dass sie ja auch schon bei den Bobwettkämpfen zugeschaut haben. Diese fanden in Yanqing statt. Gott sei Dank gibt es noch eine zusätzliche Bahnlinie, sodass sie einen Zwischenstopp einlegen können, um dort auch noch nachzusehen.

Während der Fahrt erinnert sich Li-Ming auch wieder an die spannenden Bobwettkämpfe.



© Beijing 2022

China National Sliding Centre

Hintergrundinfos zum China National Sliding Centre

Die Strecke ähnelt einem Drachen und genauso spektakulär ist sie auch zu befahren. Die Bahn ist knapp 1,9 Kilometer lang, 16 Kurven müssen durchfahren werden, der Höhenunterschied beträgt circa 127 Meter und es werden Höchstgeschwindigkeiten von bis zu 135 Stundenkilometer erreicht.

Für Li-Ming fast ein wenig furchteinflößend, vor allem wenn man noch bedenkt, dass die Konzentration fast 60 Sekunden lang auf höchstem Niveau gehalten werden muss.



Aufgabe 7

Bei Li-Ming kommen folgende Fragen auf:

- Angenommen, ein Olympiateilnehmer braucht exakt 60s für die Strecke. Welche Durchschnittsgeschwindigkeit würde er haben?
- Sie fragt sich auch, wie lange (in Sekunden) denn ein Rennfahrer für die Strecke brauchen würde, wenn er die ganze Zeit mit der Höchstgeschwindigkeit fahren könnte.

Umgekehrt muss man mit 3,6 multiplizieren, denn $1\text{ m/s} \hat{=} 0,01\text{ km/(1/3.600 h)} = 0,01 \times 3.600 = 36\text{ km/h}$
 Erklärung: $1\text{ km/h} \hat{=} 1.000\text{ m/3.600 s} = (1/3.6)\text{ m/s}$, denn $1\text{ km} = 1.000\text{ m}$ und $1\text{ h} = 60 \times 60\text{ s} = 3.600\text{ s}$
 mit 3,6.

Tip 1: Verwende einheitliche Einheiten. Rechne z.B. Kilometer in Meter und Stunden in Sekunden um.
Tip 2: Um km/h in m/s umzurechnen, teile durch 3,6, und um m/s in km/h umzuwandeln, multipliziere mit 3,6.

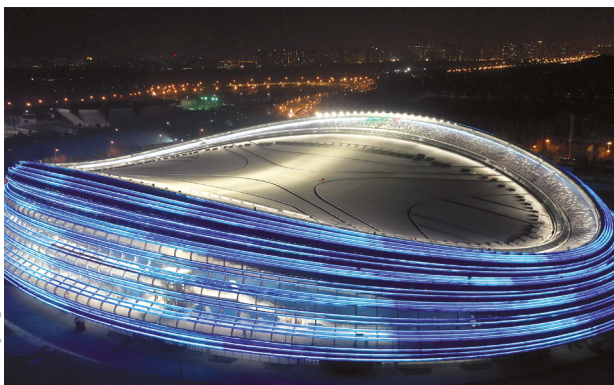
Nachdem die beiden die extremen Leistungen der Bobfahrer nochmals anerkennen mussten, treffen sie auf Bauarbeiter, die gerade kleine Reparaturen an der Bahn vornehmen. Als sie diese fragen, ob vielleicht zwei Tickets mit den Namen Trimmy und Li-Ming aufgetaucht sind, sind sie überglücklich, denn einer von ihnen hat tatsächlich eines davon gefunden. Trimmys Name steht darauf und es fehlt jetzt nur noch ein Ticket.

Sie schöpfen aber wieder Hoffnung, dieses auch noch zu finden, und fahren gleich weiter zur letzten Station. Dort muss das Ticket von Li-Ming sein!

Also geht es weiter zur Nationalen Eisschnelllaufhalle.



© Beijing 2022



Nationale Eisschnelllaufhalle

Hintergrundinfos zur Nationalen Eisschnelllaufhalle

Die Fassade der Halle wird aus 22 Lichtbändern gebildet, welche die Halle umschlingen. Diese Bänder sind mit Leuchtmitteln ausgestattet, sodass die Möglichkeit besteht die Eislaufhalle mit diversen Lichtprogrammen zu bespielen.

Erneut stellen die beiden fest, wie gigantisch die Sportanlagen alle gebaut wurden.



Aufgabe 8

Trimmy und Li-Ming bestaunen die Halle von allen Seiten und stellen fest, dass diese gewisse Symmetrien aufweisen.

Aber welche genau?

Sie suchen wirklich in jeder „Ecke“ des Stadions, doch Li-Mings Karte ist einfach nicht zu finden. Verzweifelt fragen sie noch alle anwesenden Personen, ob sie vielleicht ein Ticket gefunden hätten, aber niemand kann ihnen helfen.

Als es auch noch dunkel wird, müssen sie ihre Suche abbrechen und sie fahren niedergeschlagen zurück in ihre Unterkunft.

Dort angekommen stellen sie sich schon auf ihren Rückflug ein und packen frustriert ihre Sachen. Wie gerne hätten sie noch die weiteren Wettkämpfe live miterlebt.

Am Ende kontrollieren sie noch, ob sie auch wirklich nichts vergessen haben, und schauen sogar unter ihren Kopfkissen nach. Und in diesem Moment passiert ein kleines Wunder. Li-Ming hat ihr Ticket gar nicht verloren. Sie hat es wohl schlaftrunken unter ihr Kopfkissen gelegt und einfach am nächsten Morgen vergessen, wo sie es hingelegt hatte. Welch ein Glück!

Puh... Gott sei Dank können sie ihre Koffer wieder auspacken und die restliche Zeit der Olympischen Spiele genießen.





RECHENREISE (ANALOG)

Lösungen

Aufgabe 1

- a) Da jede der fünf Farben genau einmal vorkommen muss, scheidet jede Farbe aus, nachdem sie verwendet wurde. Für den ersten Ring gibt es fünf Möglichkeiten. Man muss sich für eine entscheiden, somit bleiben für den zweiten Ring noch vier Möglichkeiten. Dies setzt man immer weiter so fort, bis man schließlich beim letzten Ring ist.

Man hat also $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ Möglichkeiten.

- b) Nun hat man beim ersten Ring keine Wahlmöglichkeit, da blau vorgegeben ist. Für den zweiten Ring wiederum hat man vier Möglichkeiten (alle außer blau). Da es nun keine weiteren Vorgaben gibt, außer dass jede Farbe genau einmal vorkommen muss, ist die weitere Lösung gleich der Teilaufgabe a).

Man hat also $1 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ Möglichkeiten.

- c) Da man nun jeden Ring mit einer der gegebenen fünf Farben färben darf und somit auch eine Farbe öfters vorkommen kann, hat man für jeden Ring fünf Möglichkeiten.

Man hat also $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^5 = 3.125$ Möglichkeiten.

Aufgabe 2

Bei dieser Aufgabe ist es wichtig, die Formulierung „Jeder X-te“ zu verstehen.

- Bei Strategie 1 sucht jeder 1/1.000 und 1/1.600 seiner Hälfte ab.
- Bei Strategie 2 sucht jeder 1/500 seiner Hälfte ab.
- Bei Strategie 3 suchen Li-Ming 1/1.600 und Trimmy 1/500 ihrer jeweiligen Hälfte ab.

Es gilt nun $1/500 > 1/1.000 > 1/1.600$.

Somit suchen die beiden bei Strategie 2 am meisten Plätze ab.

Alternative:

Die konkrete Anzahl der abgesuchten Plätze wird angegeben und verglichen.

- Strategie 1: $40 + 25 = 65$ Plätze werden pro Person abgesucht, also 130 Plätze von beiden gemeinsam.
- Strategie 2: 80 Plätze werden pro Person abgesucht, also 160 Plätze von den beiden gemeinsam.
- Strategie 3: Li-Ming sucht 25 Plätze ab, Trimmy 80, insgesamt also 105.

Demnach werden bei Strategie 2 die meisten Plätze abgesucht.



Aufgabe 3

- a) Der Begriff **Wasserwürfel** passt eigentlich nicht, da bei einem Würfel **alle** Seitenlängen gleich lang sind. Bei dem Wasserwürfel sind zwar die Seitenlängen der Grundfläche (178 m) gleich lang, die Höhe ist aber mit 31 m zu gering. Es handelt sich hierbei also lediglich um einen Quader.
- b) Die 4.000 Kunststoffblasen verteilen sich auf der gesamten Oberfläche des Quaders, ausgenommen der Grundfläche.

Ein Quader hat den Oberflächeninhalt

$$O_{\text{Quader}} = 2 \times A_{\text{Grundfläche}} + 2 \times A_{\text{Seitenfläche vorne}} + 2 \times A_{\text{Seitenfläche links}}$$

Da die Grundfläche quadratisch ist, sind die vier Seitenflächen gleich groß. Es ergibt sich also:

$$O_{\text{Quader}} = 2 \times A_{\text{Grundfläche}} + 4 \times A_{\text{Seitenfläche vorne}}$$

Nun ist aber die Grundfläche nicht mit Kunststoffblasen bedeckt (im Gegenteil zur Decke). Somit ergibt sich für die Fläche, die mit Kunststoffblasen bedeckt ist, folgende Formel:

$$A_{\text{Kunststoffblasen}} = 1 \times A_{\text{Grundfläche}} + 4 \times A_{\text{Seitenfläche vorne}}$$

Die Grundfläche ist ein Quadrat, hat also den Flächeninhalt

$$A_{\text{Grundfläche}} = s^2 = s \times s = 178 \text{ m} \times 178 \text{ m} = 31.684 \text{ m}^2$$

Eine Seitenfläche ist ein Rechteck, hat also den Flächeninhalt

$$A_{\text{Seitenfläche}} = l \times b = s \times h = 178 \text{ m} \times 31 \text{ m} = 5.518 \text{ m}^2$$

Schließlich ergibt sich für die mit Kunststoffblasen bedeckte Fläche:

$$A_{\text{Kunststoffblasen}} = 1 \times A_{\text{Grundfläche}} + 4 \times A_{\text{Seitenfläche vorne}} = 31.684 \text{ m}^2 + 4 \times 5.518 \text{ m}^2 = 53.756 \text{ m}^2$$

Um nun den durchschnittlichen Flächeninhalt einer Blase zu bekommen, muss man die gesamte mit Kunststoffblasen bedeckte Fläche durch die Anzahl der Kunststoffblasen teilen:

$$A_{\text{durchschnittliche Größe einer Blase}} = 53.756 \text{ m}^2 \div 4.000 = 13,439 \text{ m}^2$$

Aufgabe 4

Neben der 47-minütigen Fahrt müssen die beiden achtmal fünf Minuten warten (von den zehn Stopps kann man den ersten bei Abfahrt und den letzten bei Ankunft vernachlässigen). Also beträgt die gesamte Dauer der Fahrt 87 Minuten (47 min + 8 × 5 min = 87 min) oder 1 Stunde und 27 min.

Da die beiden um 12:10 Uhr ankommen wollen, müssen sie spätestens den Zug um 10:43 Uhr erwischen.

Aufgabe 5

Der Grundwert in dieser Aufgabe ist die Höhe der Normalschanze, also 115 m.

Die Höhe der Großschanze ist der (neue) Prozentwert, also 136 m.

Nun ergibt sich für den Prozentsatz: $PS = PW \div GW = 136 \text{ m} \div 115 \text{ m} \approx 1,18 = 118 \%$.

Also ist die Großschanze um 18 Prozent größer als die Normalschanze.

Aufgabe 6

Der erste Schütze trifft in sieben von zwölf Fällen, das sind $7 \div 12$.

Der zweite Schütze trifft in drei von fünf Fällen, das sind $3 \div 5$.

Nun gilt: $3 \div 5 = 36 \div 60 > 35 \div 60 = 7 \div 12$.

Also ist der zweite Schütze treffsicherer.

Alternativ könnte man auch die Brüche in Dezimalbrüche/Prozente umwandeln und diese dann vergleichen.

Aufgabe 7

- a) Die Strecke ist insgesamt 1,9 km lang, das sind 1.900 m.

Demnach hat der Olympionike eine durchschnittliche Geschwindigkeit von $1.900 \div 60$ m/s.

Das sind $(1.900 \div 3,6)/60 = 114$ km/h.

Erklärung der Umrechnung:

Um km/h in m/s umzurechnen, teilt man die Kilometer durch 3,6.

Um m/s in km/h umzuwandeln, muss man mit 3,6 multiplizieren.

Erläuterung: $1 \text{ km/h} \triangleq 1.000/3.600 \text{ m/s} = (1 \div 3,6) \text{ m/s}$, denn $1 \text{ km} = 1.000 \text{ m}$ und $1 \text{ h} = 60 \times 60 = 3.600 \text{ s}$

Umgekehrt muss man mit 3,6 multiplizieren, denn:

$1 \text{ m/s} \triangleq 0,001/(1 \div 3.600) \text{ km/h} = 0,001 \times 3.600 = 1 \times 3,6 \text{ km/h}$

- b) Angenommen, der Olympionike würde die ganze Zeit mit der Höchstgeschwindigkeit von 135 km/h fahren. Dann bräuchte er für die Strecke: $1,9 \text{ km} \div 135 \text{ km/h} \approx 0,01407 \text{ h}$.

Das sind $0,01407 \times 60 = 0,8442 \text{ min} = 0,8442 \times 60 \text{ s} = 50,652 \text{ s}$

Aufgabe 8

Die Halle weist sowohl Achsensymmetrien (gelbe Achsen) als auch Punktsymmetrie (grünes Symmetriezentrum) auf.



© Beijing 2022, von DOA bearbeitet

Nationale Eisschnelllaufhalle mit Symmetrien



ANFORDERUNGS- KATALOG

Was sollen die Schüler bereits können?

Aufgabe	Benötigtes Vorwissen
1	Zählprinzip („Multiplikationsregel der Kombinatorik“)
2	alternative Darstellungsarten von Anteilswerten („Jeder Wievielte“)
3	Flächeninhalt eines Rechtecks, ggf. Oberflächeninhalt eines Quaders
4	Umrechnung: Stunden → Minuten
5	elementare Prozentrechnung
6	Größenvergleich von Bruchzahlen
7	Formel für Geschwindigkeit
8	Achsensymmetrie